# TEMA 3.- ONDAS I.

## ***3.0.- Movimiento Armónico Simple (MAS).***

- Un **movimiento periódico** es aquel en el que las variables del movimiento (r(t), V(t), a(t)) se repiten después de un cierto instante de tiempo denominado **periodo T**.
  - Por ejemplo: MCU, montaña rusa, péndulo …

- Un **movimiento oscilatorio** es un movimiento periódico que se da a un lado y a otro de un punto de equilibrio, repitiéndose periódicamente las magnitudes cinemáticas
  - Por ejemplo: péndulo.

- Un **movimiento armónico simple (MAS)** es un movimiento oscilatorio que se da a lo largo de una única dirección de manera que:
  - Resultante de la proyección de un MCU sobre uno de los ejes.
  - Movimiento originado por una fuerza del tipo F = - Kx.
  - Matemáticamente puede describirse con una función senoidal.

- Proyección del MCU

## ***3.0.1.- Ecuaciones del MAS.***

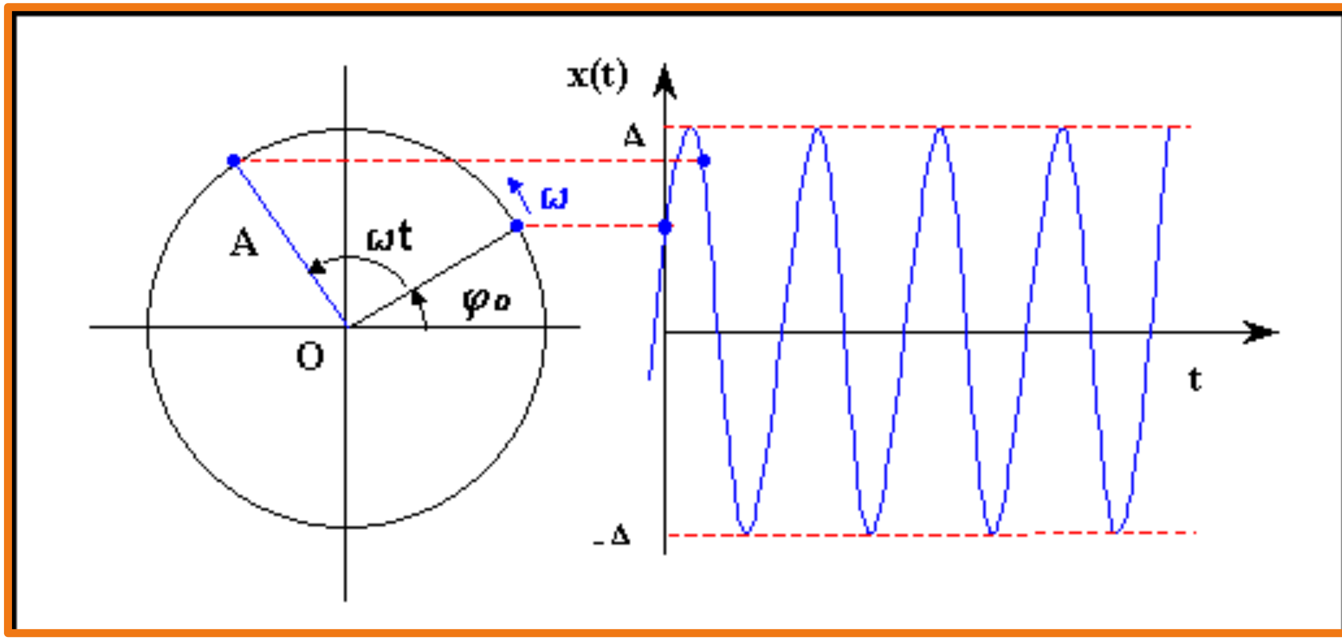
- Características del MAS:
  - Oscilación: distancia recorrida por el cuerpo en un movimiento completo.
  - Centro de oscilación: punto de equilibrio respecto del cuál se da el MAS. Será nuestro origen de coordenadas.
  - Elongación $x(t)$[m]: posición del móvil en cada instante de tiempo.
  - Amplitud $\pm A$ [m]: valor máximo de la elongación.
  - Periodo T [s]: tiempo en realizar una oscilación completa ($T = 1/f$).
  - Frecuencia f [Hz]: nº de oscilaciones por unidad de tiempo.
  - Pulsación $\omega$ [rad/s]: nº de oscilaciones en $2\pi$ unidades de tiempo.

$$\omega = 2\pi f$$

  - Fase inicial $\Phi_0$ [rad]: ángulo que marca la posición inicial del MAS.

- **Ecuación fundamental del MAS**: describe la posición del MAS en cada instante de tiempo, y viene dada por:

$$X(t) = A \cdot sen(\omega t + \Phi_0) \ [SI]$$




- Φo: ángulo que marca la posición inicial:
  - Φo = 0 rad. → el MAS parte del origen xo = O hacia arriba.
  - Φo = π/2 rad. → el MAS parte del pto. de amplitud máxima $x_0 = +A$.
  - Φo = π rad. → el MAS parte del origen hacia abajo.
  - Φo = 3π/2 rad. → el MAS parte del pto. de amplitud máxima $x_0 = -A$.

- La **velocidad V(t)** del MAS en cada instante de tiempo:

$$V(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[Asen(\varpi t + \varphi_0)] \rightarrow \boxed{V(t) = A\varpi\cos(\varpi t + \varphi_0)}$$

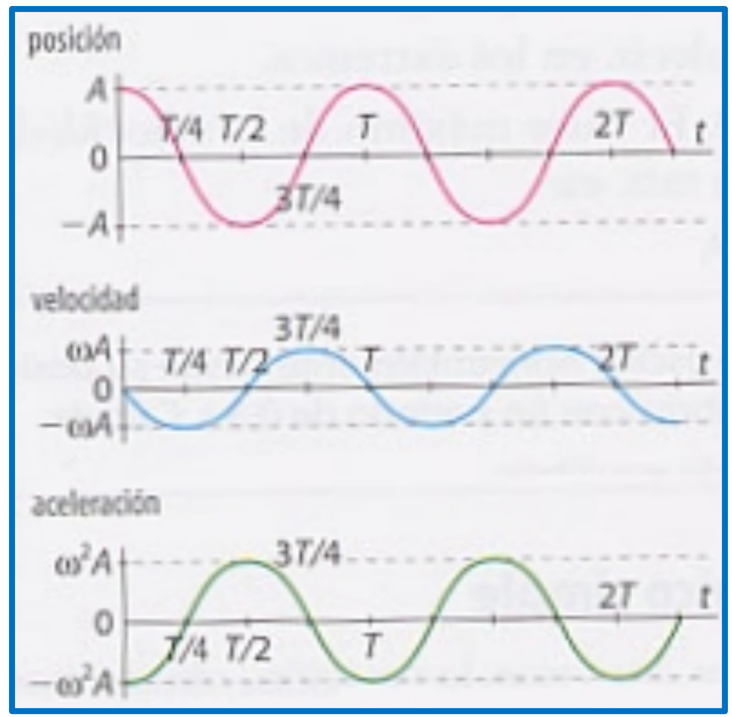
- La **aceleración a(t)** del MAS en cada instante de tiempo:

$$a(t) = \frac{dV(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[A\varpi\cos(\varpi t + \varphi_0)] \rightarrow \boxed{a(t) = -A\varpi^2 sen(\varpi t + \varphi_0)}$$

- Podemos obtener una relación entre la posición x(t) y la aceleración a(t) para el MAS :

$$\boxed{a(t) = -\varpi^2 x(t)}$$

- Gráficamente:
  - Gráficas correspondientes con Φo=π/2
  - Desfase π/2 entre x(t) y V(t).
  - Desfase π/2 entre V(t) y a(t).
  - Desfase π entre x(t) y a(t) (oposición de fase).



## 3.0.2.- Energía del oscilador armónico simple.

- Definimos la **energía cinética** como la energía de un cuerpo de masa m, que se mueve con una velocidad V.

$$Ec(t) = \frac{1}{2} m V(t)^2$$

- La velocidad V(t) de un cuerpo que oscila con MAS viene dada por:

$$V(t) = A\varpi \cos(\varpi t + \varphi_0)$$

- Combinando ambas expresiones llegamos a que:

$$\boxed{Ec(t) = \frac{1}{2} m\varpi^2 A^2 \cos^2(\varpi t + \varphi_0)}$$

- Definimos la **energía potencial elástica** como: $Ep(t) = \frac{1}{2} k x(t)^2$
- La elongación x(t) de un MAS viene dada por: $x(t) = A sen(\varpi t + \varphi_0)$
- Combinando ambas expresiones llegamos a que:

$$\boxed{Ep(t) = \frac{1}{2} k A^2 sen^2(\varpi t + \varphi_0)}$$

- La **energía mecánica total** de un cuerpo que oscila con MAS, viene dada por:

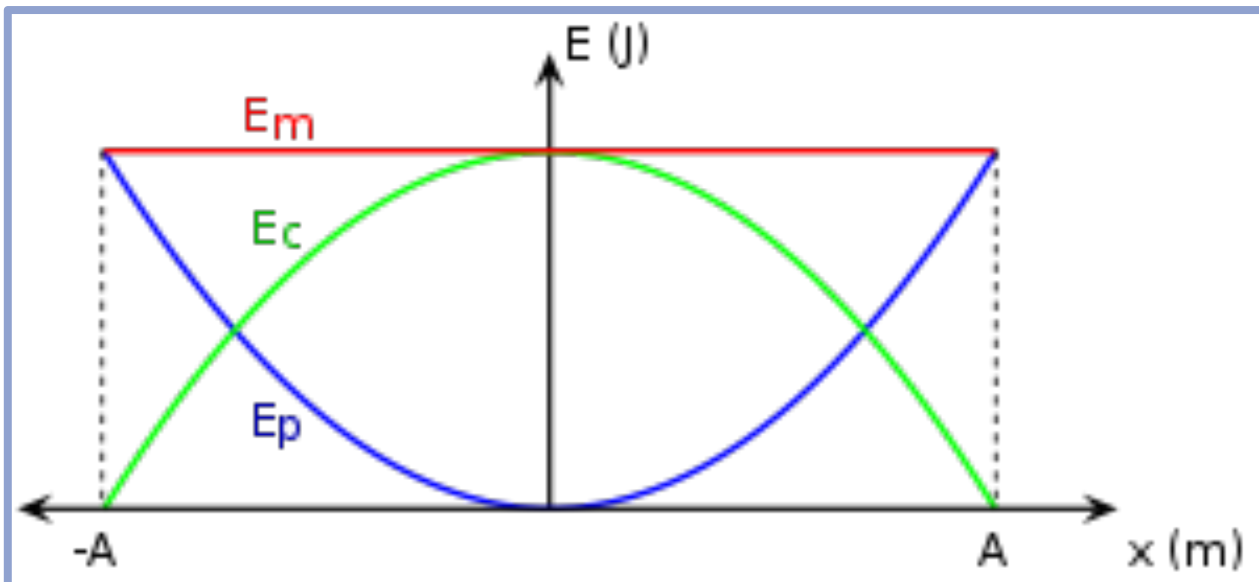
$$E = Ec + Ep$$

$$E = \frac{1}{2}m\varpi^2 A^2 \cos^2(\varpi t + \varphi_0) + \frac{1}{2}kA^2 sen^2(\varpi t + \varphi_0)$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2[\cos^2(\varpi t + \varphi_0) + sen^2(\varpi t + \varphi_0)]$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2}kA^2}$$

- La energía mecánica del oscilador armónico es una constante que depende del cuadrado de la amplitud de oscilación del movimiento.



## *3.0.3.- Otros movimientos vibratorios.*

- El MAS que hemos estudiado es una idealización en la que:
  - Hemos considerado condiciones ideales.
  - No hemos considerado la pérdida de energía por rozamiento.
  - La oscilación se mantiene indefinidamente en el tiempo con la misma amplitud A.

- Estas condiciones ideales no se dan en la realidad donde:
  - La presencia de fuerzas de rozamiento hacen que el sistema vaya perdiendo energía de forma progresiva.
  - Esto hace que las amplitudes de oscilación van disminuyendo.

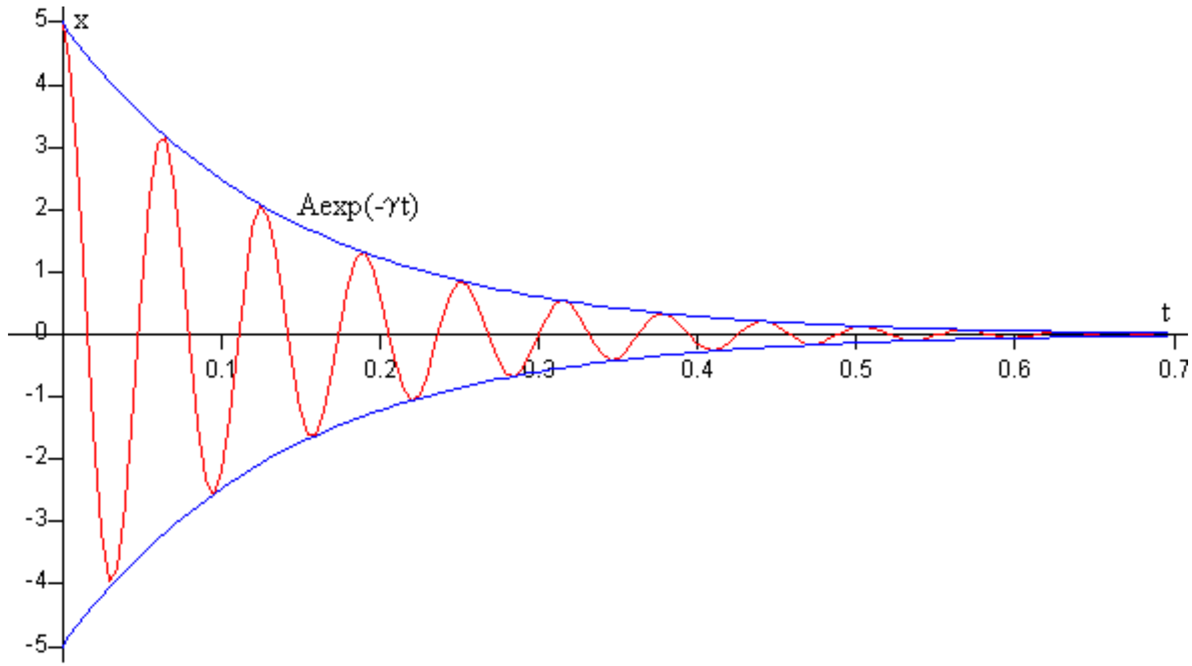
- Este tipo de oscilaciones se denominan oscilaciones amortiguadas.

- La fuerza de amortiguamiento es una fuerza proporcional a la velocidad del movimiento y contraria a este:

$$\boxed{\vec{F} = -b\vec{V}}$$

- b: cte. de amortiguamiento

- La presencia de una fuerza de amortiguamiento produce una disminución exponencial de la amplitud de oscilación con el tiempo:




- Podemos compensar la disipación de energía de los sistemas reales, siempre que un agente externo suministre la energía que se pierde por rozamiento.

- Llamamos **oscilaciones forzadas** a las producidas en un sistema debido a la energía suministrada desde el exterior.

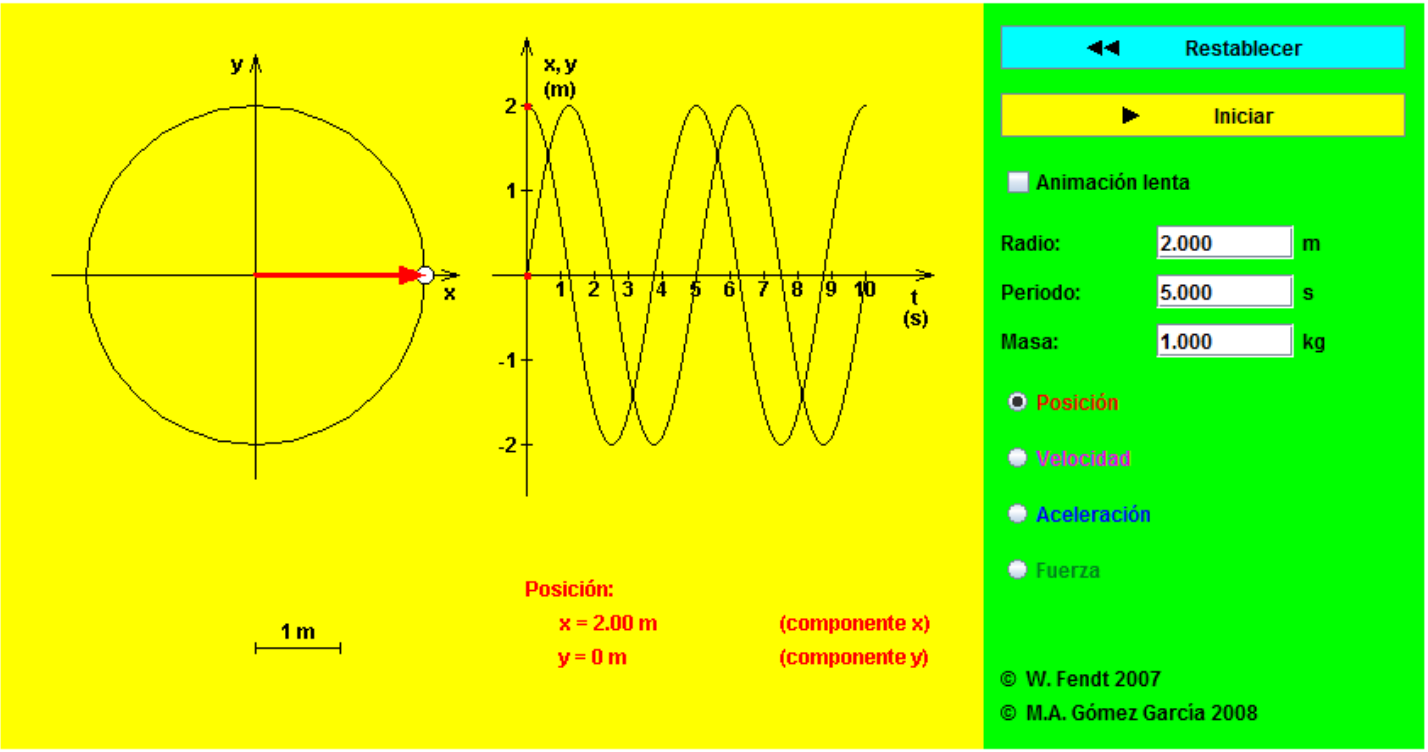
- Para que la absorción de energía por el medio sea la mejor, es necesario sincronizar la fuerza externa con la frecuencia natural de oscilación del sistema.

- Llamamos **frecuencia de resonancia** a la frecuencia natural con la que vibran los sistemas oscilantes.

- Cuando un sistema es sometido a una fuerza exterior que está sincronizado con su frecuencia natural, decimos que **entra en resonancia**, y la amplitud de oscilación aumenta con el tiempo.

## 4.1.2. Comparativa del MAS y el MCU.

- El MAS puede considerarse como la proyección de un MCU sobre uno de los ejes.
  - Una vuelta completa del MCU corresponde con una oscilación completa del MAS.
  - El radio del MCU corresponde con la amplitud del MAS.



# 4.2.- Oscilador armónico simple.

- Vamos a estudiar la dinámica y los aspectos energéticos del oscilador armónico simple.

## 4.2.1.- Dinámica del oscilador armónico simple.

- 2ª Ley de Newton: F = ma

$$F = -m\omega^2 x$$

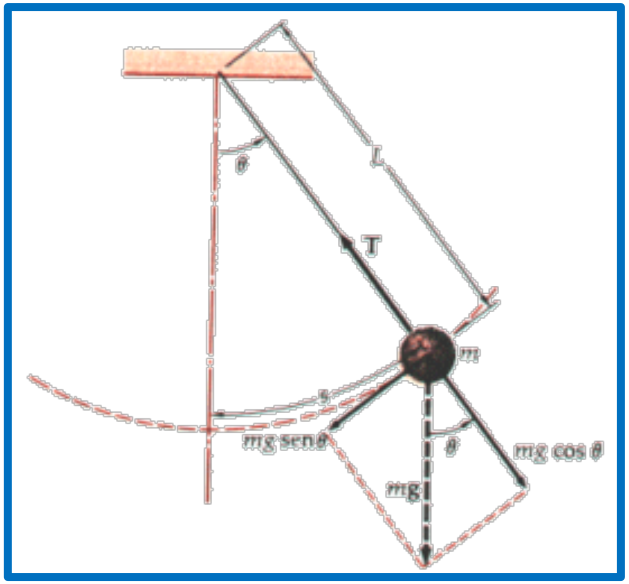
- Para un MAS: $a = -\omega^2 x$

- La fuerza responsable de un MAS es de la forma:

$$F = -Kx, \quad \text{donde} \quad K = m\omega^2 \text{ (cte. elástica)}$$

  - Fuerza aplicada en la misma dirección del MAS.
  - Fuerza central dirigida hasta el punto de equilibrio.
  - F es proporcional al desplazamiento x.
  - "-": F se opone al desplazamiento.
  - $K = m\omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (T independiente de A).

## *4.2.3.- El péndulo simple.*




- Vamos a estudiar la oscilación del péndulo simple como MAS, en la aproximación de pequeñas oscilaciones (ϴ pequeño).
- Consideraremos el arco de circunferencia barrido como una trayectoria lineal.
- Estudiemos la dinámica del péndulo simple. Viendo el diagrama de fuerzas tenemos que:
  - La T compensa la componente $P_N$ de peso. $$T = P_n = mg\cos\theta$$
  - La F responsable del MAS es $P_{tg}$ de peso. $$P_t = -mg\,sen\theta$$
  - Por otro lado tenemos que: $sen\theta = \dfrac{x}{L}$
  - De modo que: $$\boxed{P_t = -\frac{mg}{L}x = -kx}$$
- Donde K es la constante elástica del MAS. $$k = \frac{mg}{L}$$

- Estudiemos la constante elástica K del péndulo simple. Vimos en los aspectos energéticos que para cualquier MAS tenemos que:

$$k = m\varpi^2 \rightarrow k = m(2\pi f)^2 \rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- Hemos obtenido ahora que la constante elástica K para el péndulo simple es:

$$k = \frac{mg}{L}$$

- Al sustituirla en la expresión del periodo T obtenemos:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

- El periodo de oscilación es independiente de la amplitud de oscilación.
- El periodo T es independiente de la masa que colguemos del péndulo.
- El periodo sólo depende de la longitud del hilo L y del valor de la gravedad.